

令和5年度

前期日程入学試験問題

総合問題B(ア)

注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- 2 問題冊子(6ページ)には、解答用紙(4枚)及び下書き用紙(1枚)が挟み込んであります。試験開始の合図があったら、直ちに中を確認、印刷や枚数の不備などがあった場合、監督者に申し出なさい。
- 3 問題冊子の間に挟み込んである解答用紙を取り出して、すべての解答用紙の所定欄に受験番号を記入しなさい。
- 4 試験室で配付された問題冊子及び下書き用紙は、退出時に持ち帰りなさい。

このページは白紙です。

このページは白紙です。

1 方程式  $x^3 = n^3$  の解について、次の問いに答えよ。ただし、 $n$  は自然数とする。

- (1)  $n = 1$  であるとき、すべての解を求めよ。
- (2)  $x^3 = n^3$  のすべての解を求めよ。
- (3)  $x^3 = n^3$  の解のうち、複素数であるものを  $\alpha$  とする。このとき、次の式の値を求めよ。

$$\alpha^{16} + n^8 \alpha^8 + n^{16}$$

2 身長 165 cm の人が地上 3 m の高さにある街灯の真下から、一直線上を毎分 90 m の速さで遠ざかっていく。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) この人の影の先端は地上をどんな速さで動いているか、求めよ。
- (2) この人の影の長さはどんな速さで伸びていくか、求めよ。
- (3) 影の長さが身長と同じ長さになるのは、この人が街灯の真下から遠ざかり始めた何秒後か、求めよ。
- (4) (3) の瞬間、この人が街灯を見上げたとき、水平面となす角は何度か、求めよ。

**3** 次の文章を読んで，後の問いに答えよ。

著作権保護の観点により，現在公表できません。

出典：Newton 別冊『パズルやクイズでデータ判断力をみがく 統計パズル』，株式会社ニュートンプレス，2021年10月5日発行

- (1) 3個の石が入った容器から石を取り出すとき，石の数が奇数になる確率，偶数になる確率，をそれぞれ求めよ。
- (2) 容器の中の石の数が $n$ 個のとき，取り出した石の数が奇数になる確率，偶数になる確率，をそれぞれ求めよ。
- (3) (1)と(2)で得られた結果を参考に，囲碁の先手の決め方の公平性および，囲碁の「にぎり」に対する戦略など，あなたの考えを述べよ。

4 次の文章を読んで、後の問いに答えよ。

2つの実数  $a, b$  ( $a > 0, b > 0$ ) の平均の計算方法として、以下のものが知られている。

$$\text{相加平均} : \frac{a+b}{2}, \quad \text{相乗平均} : \sqrt{ab}, \quad \text{調和平均} : \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$$

今、以下のようなケースについて適切な計算式を用いて平均を算出することを考える。

ケース1: 2台のコンピュータ A と B がある。A は1秒間に10個の命令を実行できる。また、B は1秒間に30個の命令を実行できる。これらを使用して、それぞれ1500個の命令を実行させたとき、1秒間に実行した命令数の平均を算出したい。

ケース2: ある生物の細胞は細胞分裂により1時間後に細胞の数が2倍に増加した。また、2時間後には1時間後の8倍に増加した。この細胞の1時間ごとの倍率の平均を算出したい。

- (1) ケース1について、最も適切な計算式を選び、その理由を説明せよ。
- (2) ケース2について、最も適切な計算式を選び、その理由を説明せよ。
- (3) 3つの計算式の間  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$  の大小関係が成り立つことを証明せよ。